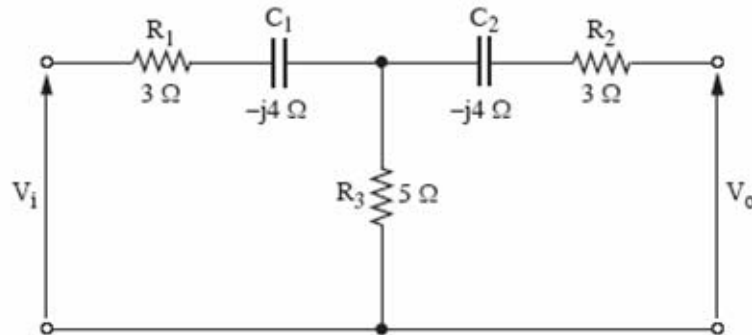


**שאלון 711001 (אביב 2009)**

**שאלה 5**

באיור לשאלה 5 נתון הנועגל החשמלי של רשת זוגיים.



איור לשאלה 5

- א. חשב את מקדמי Z של רשת הזוגיים הזו.
- ב. חשב את מקדמי ABCD של רשת הזוגיים הזו.
- ג. חשב את עכבת-הנובא של הרשת כאשר הנוצא מקוצר.
- ד. חשב את העכבה האופיינית של הרשת הזו.

**פתרון:**

א. חישוב מקדמי Z:

$$Z_{11} = Z_1 + Z_2 = (3 - j4) + 5 = (8 - j4) \Omega$$

$$Z_{12} = Z_{21} = Z_2 = 5 \Omega$$

$$Z_{11} = Z_2 + Z_3 = 5 + (3 - j4) = (8 - j4) \Omega$$

ב. חישוב מקדמי ABCD:

$$A = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = 1 + \frac{3 - j4}{5} = 1.6 - j0.8$$

$$B = \frac{Z_1 \cdot Z_3}{Z_2} + Z_1 + Z_3 = \frac{(3 - j4) \cdot (3 - j4)}{5} + (3 - j4) + (3 - j4) = (4.6 - j12.8) \Omega$$

$$C = \frac{1}{Z_2} = \frac{1}{5} = 0.2 \frac{1}{\Omega}$$

$$D = 1 + \frac{Z_3}{Z_2} = 1 + \frac{3 - j4}{5} = 1.6 - j0.8$$

ג. עכבת הקצר:

$$Z_{sc} = Z_1 + \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = (3 - j4) + \frac{5 \cdot (3 - j4)}{5 + (3 - j4)} = (5.5 - j5.25) \Omega$$

או:

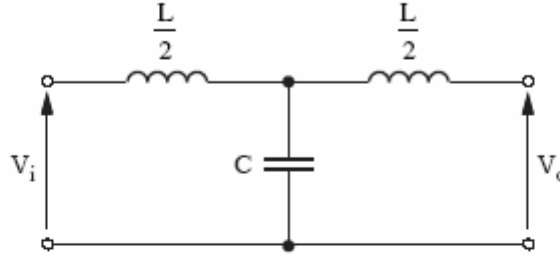
$$Z_{sc} = \frac{B}{D} = \frac{4.6 - j12.8}{1.6 - j0.8} = (5.5 - j5.25) \Omega$$

ד. עכבה האופיינית עבור רשת סימטרית:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{4.6 - j12.8}{0.2}} = \sqrt{23 - j64} = \sqrt{68 \cdot e^{j(-70^\circ)}} = 8.25 \cdot e^{j(-35^\circ)} = (6.75 - j4.74) \Omega$$

### שאלה 6

באיור לשאלה 6 נתון המעגל החשמלי של מסנן מסוג K קבוע.



איור לשאלה 6

ההתנגדות האופיינית של המסנן היא  $50 \Omega$ , ותדר הפוגה שלו הוא  $\frac{10^6}{\pi}$  Hz.

א. חשב את הערכים של רכיבי המעגל  $L$  ו- $C$ .

ב. חשב את ניחות המסנן (ביחידות neper וביחידות dB) כאשר:

1.  $f = \frac{10^5}{\pi}$  Hz

2.  $f = \frac{10^7}{\pi}$  Hz

ג. חשב את זווית-המופע בין  $V_o$  ובין  $V_i$  כאשר  $f = \frac{10^5}{\pi}$  Hz.

פתרון

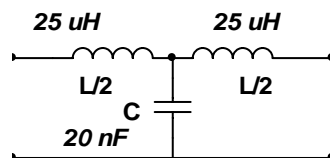
א. הקשר בין הערכים של מרכיבי המסנן LPF לבין התכונות שלו הוא:

$$L = \frac{R_0}{\pi \cdot f_c} \quad C = \frac{1}{\pi \cdot f_c \cdot R_0}$$

$$L = \frac{R_0}{\pi \cdot f_c} = \frac{50}{\pi \cdot \frac{10^6}{\pi}} = 50 (\mu H)$$

$$C = \frac{1}{\pi \cdot f_c \cdot R_0} = \frac{1}{\pi \cdot \frac{10^6}{\pi} \cdot 50} = 0.02 (\mu F)$$

ובהתאם ערכי רכיביו.



ב. חישוב ניחות:

1. תדר העבודה  $f = \frac{10^5}{\pi}$  שייך לפס העברה. ז.א. הניחות בתדר זה שווה  $0 \text{ neper}$  או  $0 \text{ dB}$ .

2. תדר העבודה  $f = \frac{10^7}{\pi}$  שייך לפס החסימה ובעזרת צורת השתנות הניחות  $\alpha$  בפס החסימה:

$$\alpha = 2 \cosh^{-1} \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right) = 2 \cosh^{-1} \left( \frac{f}{f_c} \right) = 2 \cosh^{-1} \left( \frac{\frac{10^7}{\pi}}{\frac{10^5}{\pi}} \right) = 2 \cosh^{-1}(10) = 6(\text{neper})$$

- נתרגם את הניחות ליחידות  $\text{dB}$ .

$$\alpha(\text{dB}) = \alpha(\text{neper}) \cdot 8.69 = 6 \cdot 8.69 = 52.14 (\text{dB})$$

ג. חישוב זווית-המופע (הפרש מופע) בין  $v_{out}$  לבין  $v_{in}$  נעשה בהנחה שמסנן מופעל בתנאי ההתאמה:



היחס בין מתח מבוא לבין מתח מוצא:

$$\frac{v_{in}}{v_{out}} = \frac{I_1 \cdot Z_{in}}{I_2 \cdot Z_L} = \frac{I_1 \cdot R_0}{I_2 \cdot R_0} = \frac{I_1}{I_2} = e^\gamma = e^{\alpha + j\beta} = \left| \frac{I_1}{I_2} \right| \cdot e^{j\beta} = \left| \frac{v_{in}}{v_{out}} \right| \cdot e^{j\beta}$$

בתדר קטן מתדר פוגה  $f_c$  צורת השתנות מקדם המופע  $\beta$ :

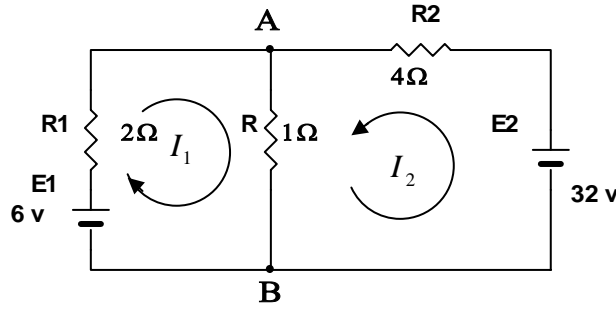
$$\beta = 2 \sin^{-1} \left( \frac{\omega}{\omega_c} \right) = 2 \sin^{-1} \left( \frac{f}{f_c} \right) = 2 \sin^{-1} \left( \frac{\frac{10^5}{\pi}}{\frac{10^6}{\pi}} \right) = 2 \sin^{-1}(0.1) = 0.2 (\text{rad}) = 11.5^\circ$$

כך קיבלנו שבתדר  $f = \frac{10^5}{\pi} \text{ Hz}$  במעגל המסנן הנתון מתח הכניסה  $v_{in}$  מקדים את מתח המוצא  $v_{out}$

ב-  $11.5^\circ$  או הפרש מופע בין  $v_{out}$  לבין  $v_{in}$  הוא  $-11.5^\circ$ .

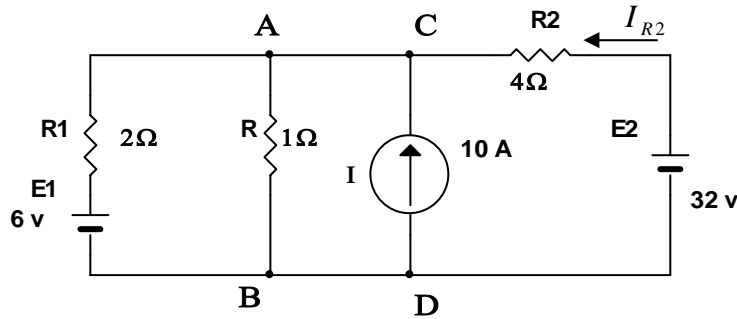
שאלה 7

א. באיור א' לשאלה נתון מעגל חשמלי



איור א'

- חשב את הזרם העובר בנגד  $R$  וציין את כיוונו (מ- $A$  ל- $B$  או מ- $B$  ל- $A$ )  
ב. למעגל נתון מוסיפים מקור זרם  $I$  בין הנקודות  $C$  ו- $D$ , כמתואר באיור ב' לשאלה.



איור ב'

1. המר את חלק-המעגל  $ACDB$  למקור מתח עם התנגדות טורית, וחשב (בשיטת זרמי החוגים) את זרם בנגד  $R_2$ .  
2. חשב את הזרם העובר בנגד  $R$  במעגל הנתון באיור ב', וציין את כיוונו (מ- $A$  ל- $B$  או מ- $B$  ל- $A$ ).

פתרון

- א. לחישוב הזרם העובר בנגד  $R$  מפעילים שיטת זרמי החוגים.  
- בוחרים כיוון זרמי החוג.  
- שתי המשוואות של זרמי החוגים תיכתבנה עתה בצורת מטריצות:

$$\begin{bmatrix} 2+1 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 32 \end{bmatrix}$$

זרמי העניבות  $I_1$  ו- $I_2$  מתקבלים כמנות של שתי דטרמיננטות:

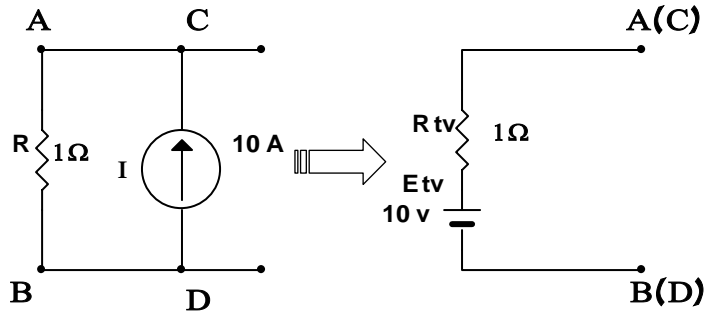
$$\Delta_Z = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 15 - 1 = 14 \quad \Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 32 & 5 \end{vmatrix} = 30 - 32 = -2 \quad \Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 32 \end{vmatrix} = 96 - 6 = 90$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta_Z} = \frac{-2}{14} = -0.143 (a) \quad I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta_Z} = \frac{90}{14} = 6.43 (a)$$

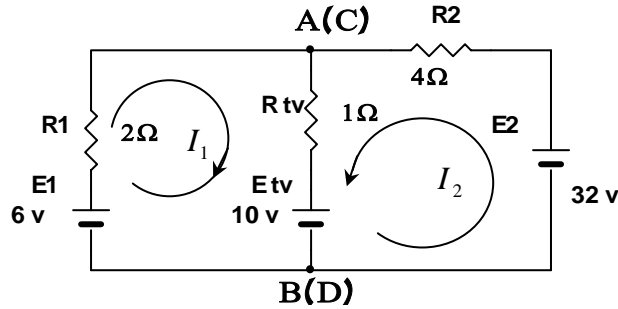
$$I_R = I_1 + I_2 = -0.143 + 6.43 = 6.29 (a)$$

כיוונו של הזרם דרך נגד  $R$  הוא מ- $A$  ל- $B$ .

ג. הופכים מקור זרם  $I$  למקור המתח שווה ערך (בעזרת משפט תבינין).



מעגל שווה-ערך החדש:



1. לחישוב הזרם העובר בנגד  $R_2$  מפעילים שיטת זרמי החוגים.  
 - בוחרים כיוון זרמי החוג.  
 - שתי המשוואות של זרמי החוגים תיכתבנה עתה בצורת מטריצות:

$$\begin{bmatrix} 2+1 & 1 \\ 1 & 1+4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-10 \\ 32-10 \end{bmatrix}$$

זרם החוג  $I_2$  מתקבל כמנה של שתי דטרמיננטות:

$$\Delta_Z = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} = 15 - 1 = 14 \quad \Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 22 \end{vmatrix} = 66 + 4 = 70 \quad I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta_Z} = \frac{70}{14} = 5(a)$$

$$I_{R_2} = I_2 = 5(a)$$

2. כדי לחשב את הזרם העובר בנגד  $R$  במעגל הנתון באיור ב', נזכור שהמרת חלק-המעגל  $ACDB$  למקור מתח שווה-ערך לא השפיע על עוצמת הזרם ביתר חלקי המעגל. ז.א. גם במעגל המקורי:

$$I_{R_2} = 5a$$

$$V_R = V_{AB} = E_2 - I_{R_2} \cdot R_2 = 32 - 5 \cdot 4 = 12(v)$$

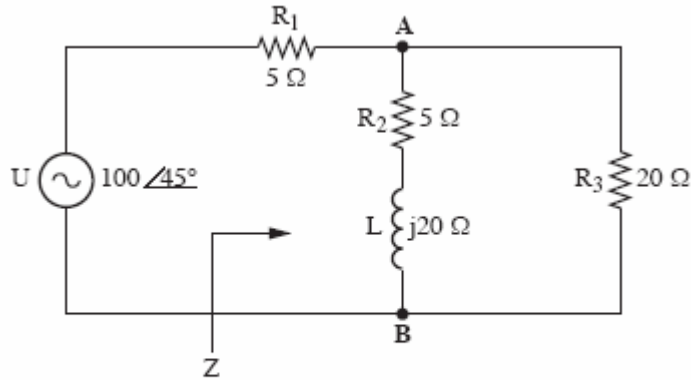
ובהתאם הזרם העובר דרך נגד  $R$ :

$$I_R = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{12}{1} = 12(a)$$

כיוונו של הזרם דרך נגד  $R$  הוא מ- $A$  ל- $B$ .

### שאלה 8

באיור לשאלה 8 נתון מעגל חשמלי.



איור לשאלה 8

א. חשב את עכבת המעגל  $Z$ , שמקור מתח  $V$  "רואה". הצג אותה כמספר מורכב:

1. שצורתו  $Z = X + jY$ .

2. שצורתו  $Z = |Z| \angle \alpha$ .

ב. חשב את המתח על הנגד  $R_1$  ואת המתח בין הנקודות  $A$  ו- $B$  במעגל. הצג את

תשובותיך כמספרים מרוכבים שצורתם  $V = |V| \angle \alpha$ .

ג. חשב את ההספק הפעיל המסופק למעגל על-ידי מקור המתח  $V$ .

פתרון

א. עכבת המעגל  $Z$ :

$$\underline{Z} = 5 + \frac{20 \cdot (5 + j20)}{20 + (5 + j20)} = (15.2 + j7.8) \Omega = \underline{17.1 \angle 27.1^\circ \Omega}$$

ב. זרם המקור  $I$ :

$$I = \frac{V}{Z} = \frac{100 \angle 45^\circ}{17.1 \angle 27.1^\circ} = 5.85 \angle 17.9^\circ$$

המתח על הנגד  $R_1$ :

$$V_{R1} = I \cdot R_1 = 5.85 \angle 17.9^\circ \times 5 = \underline{29.25 \angle 17.9^\circ (v)}$$

מתח בין הנקודות  $A$  ו- $B$ :

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V - V_{R1} = 100 \angle 45^\circ - 29.25 \angle 17.9^\circ = (70.7 + j70.7) - (27.83 + j9) = \\ &= (43.9 + j61.9) = \underline{75.15 \angle 55^\circ (v)} \end{aligned}$$

הספק המקור:

$$S = V \cdot I^* = 100 \angle 45^\circ \cdot 5.85 \angle -17.9^\circ = (521 + j266.5) \text{ va}$$

הספק הפעיל המסופק למעגל על-ידי מקור הוא:

$$\underline{P = 521 \text{ w}}$$