

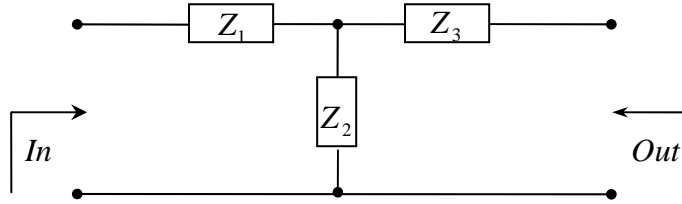
"מבוא להנדסת חשמל"
הצעת פתרון של בחינות חיצוניות

ליקט וערך: מוזסון משה

אביב תש"ע (711001)

שאלה 5

באיור לשאלה נתונה רשת זוגיים.



מקדמי Z של הרשת הזו הן:

$$(Z) = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j6 & j4 \\ j4 & j1 \end{pmatrix}$$

א. האם רשת זוגיים הזו סימטרית? נמק את תשובתך.

ב. חשב את עכבות Z_1 , Z_2 ו- Z_3 .

ג. חשב את מקדמי $ABCD$ של רשת זוגיים הזו.

ד. חשב את עכבת הבבואה של הרשת בצד המבוא.

פתרון:

א. רשת זוגיים הנתונה היא אסימטרית, כי $Z_{11} \neq Z_{22}$.

ב. את הערכים של עכבות Z_1 , Z_2 ו- Z_3 נחשב בעזרת טבלת המקדמי Z לחוליות אבטיפוס. (עמוד 9, נוסחאון)

$$Z_2 = Z_{12} = j4 (\Omega)$$

$$Z_1 + Z_2 = Z_{11} \Rightarrow Z_1 = Z_{11} - Z_2 = j6 - j4 = j2 (\Omega)$$

$$Z_2 + Z_3 = Z_{22} \Rightarrow Z_3 = Z_{22} - Z_2 = j1 - j4 = -j3 (\Omega)$$

ג. מקדמי $ABCD$ מחשבים בעזרת טבלה השוואתית של מקדמי זוגיים. (עמוד 10, נוסחאון)

$$A = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = \frac{j6}{j4} = 1.5$$

$$B = \frac{|Z|}{Z_{21}} = \frac{Z_{11} \cdot Z_{22} - Z_{12} \cdot Z_{21}}{j4} = \frac{j6 \cdot j - j4 \cdot j4}{j4} = \frac{-6 + 16}{j4} = -j2.5 (\Omega)$$

$$C = \frac{1}{Z_{21}} = \frac{1}{j4} = -j0.25 (sim)$$

$$D = \frac{Z_{22}}{Z_{21}} = \frac{j1}{j4} = 0.25$$

ד. העכבות קצר ונתק במוצא :

$$Z_{oc1} = Z_1 + Z_2 = j2 + j4 = j6 (\Omega)$$

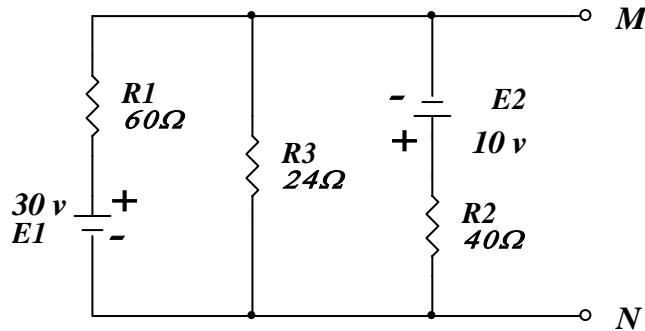
$$Z_{sc1} = Z_1 + Z_2 \parallel Z_3 = j2 + \frac{(j4) \cdot (-j3)}{j4 - j3} = -j10 (\Omega)$$

עכבת הבבואה של הרשת:

$$Z_{01} = \sqrt{Z_{oc1} \cdot Z_{sc1}} = \sqrt{j6 \cdot (-j10)} = \sqrt{60} = 7.75 (\Omega)$$

שאלה 6

באיור לשאלה נתון מעגל חשמלי.



א.

1. המר את מקורות המתח E_1 ו- E_2 למקורות זרם מתאימים I_1 ו- I_2 , וסרטט את מעגל החשמלי שווה ערך המתקבל כתוצאה מכך.
2. חשב את מתח V_{MN} וציין את קוטביותו.

- ב. מחברים בין הנקודות M ו- N נגד-עומס R_L . חשב את ההספק על הנגד R_L , כאשר התנגדותו היא

1. $R_{L1} = 18 \Omega$

2. $R_{L2} = 8 \Omega$

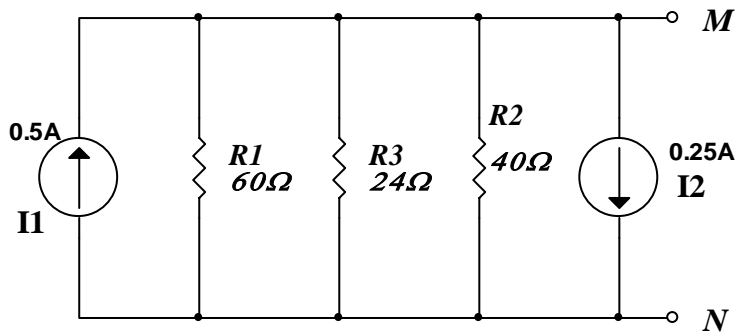
- ג. קבע את התנגדותו של R_L כך שהספק עליו יהיה מרבי, וחשב את ההספק הזה.

פתרון:

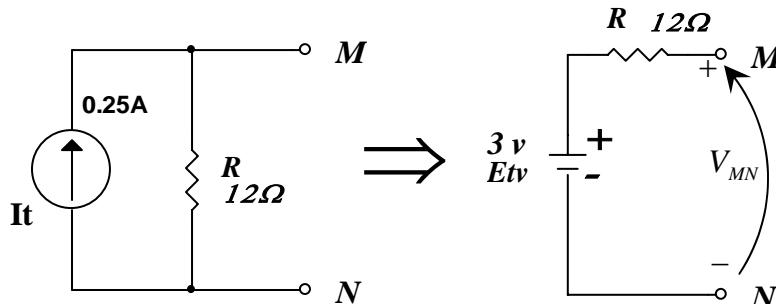
א.

1.

- בשלב ראשון נתרגם את מקורות המתח למקורות זרם המתאימים (בעזרת משפט נורטון)



- בשלב שני נסכם את פעולת המקורות הזרם ונחשב את התנגדות שוות ערך של המקור ונקבל מעגל שווה ערך סופי:



"מבוא להנדסת חשמל"
הצעת פתרון של בחינות חיצוניות

ליקט וערך: מוזסון משה

- עוצמת מקור הזרם שווה- ערך היא :

$$I_t = I_1 - I_2 = 0.5 - 0.25 = 0.25(a)$$

וכיוונו עם כיוון המקור I_1

- התנגדות הפנימית של מקור הזרם:

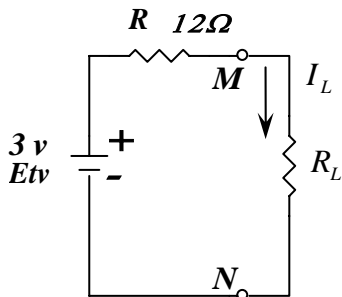
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{60} + \frac{1}{40} + \frac{1}{24}$$

$$R = 12 \Omega$$

- ובהתאם מקור מתח שווה- ערך:

$$E_{tv} = I_t \cdot R = 0.25 \cdot 12 = 3 (v)$$

ב. מחברים עומסים שונים ומחשבים את הספק הנמסר לעומס:



1.

$$I_{L1} = \frac{E_{tv}}{R + R_{L1}} = \frac{3}{12 + 18} = 0.1(a)$$

$$P_{L1} = I_{L1}^2 \cdot R_{L1} = 0.1^2 \cdot 18 = \underline{0.18 (W)}$$

2.

$$I_{L2} = \frac{E_{tv}}{R + R_{L2}} = \frac{3}{12 + 8} = 0.15(a)$$

$$P_{L2} = I_{L2}^2 \cdot R_{L2} = 0.15^2 \cdot 8 = \underline{0.18 (W)}$$

ג. לקבלת הספק מרבי על פני העומס חייבים להיתקים תנאי העברת ההספק המרבי - וזה השוויון:

$$R_L = R = 12 \Omega$$

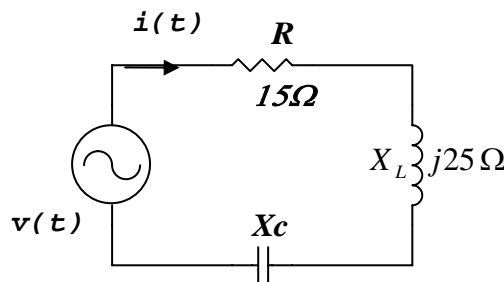
ואז, ההספק על פני העומס :

$$I_L = \frac{E_{tv}}{R + R_L} = \frac{3}{12 + 12} = 0.125(a)$$

$$P_{L_{max}} = I_L^2 \cdot R_L = 0.125^2 \cdot 12 = \underline{0.1875 (W)}$$

שאלה 7

נתון מעגל חשמלי.



מתח המקור נתון בביטוי : $v(t) = 30 \cdot \sin(5000 \cdot t) (v)$

זרם במעגל נתון בביטוי : $i(t) = 2 \cdot \sin(5000 \cdot t) (a)$

א. הסבר, על סמך נתוני המעגל, מדוע הוא נמצא במצב תהודה.

ב. חשב את הערכים של רכיבי המעגל L ו- C .

ג. חשב את המתח על הנגד R , את המתח על הקבל C ואת המתח על הסליל L .

ד. חשב את ההספק הפעיל של מקור המתח $v(t)$.

"מבוא להנדסת חשמל"
הצעת פתרון של בחינות חיצוניות

ליקט וערך: מוזסון משה

ה. חשב את גורם הטיב של המעגל ואת רוחב הפס שלו.

פתרון:

א. מצב תהודה מוגדר במעגל RLC טורי כאשר זרם במעגל שווה מופע למתח המקור;
בדיקת ביטויים מתמטיים של מתח המקור זרם במעגל מאשרים הנחת יסוד זאת:

$$\Phi_{V_s} = 5000t$$

$$\Phi_i = 5000t$$

$$\Phi_{V_s} = \Phi_i$$

ב. השראות L :

$$X_L = \omega_0 L = 25$$

$$L = \frac{25}{\omega_0} = \frac{25}{5000} = 0.005 (H) = 5 mH$$

וקיבול C :

$$X_C = X_L; \quad \frac{1}{\omega_0 C} = 25 \quad C = \frac{1}{25 \cdot \omega_0}$$

$$C = \frac{1}{25 \cdot 5000} = 8 (\mu F)$$

ג. מתח על רכיבי המעגל השונים:

-- מתח על פני הנגד R :

$$v_R(t) = i(t) \cdot R = 2 \cdot \sin(5000 \cdot t) \cdot 15 = 30 \cdot \sin(5000 \cdot t) (v)$$

-- מתח על פני הסליל L :

$$v_L(t) = i(t) \cdot Z_L = 2 \cdot \sin(5000 \cdot t) \cdot j25 = 50 \cdot \sin(5000 \cdot t + 90^\circ) (v)$$

-- מתח על פני הקבל C :

$$v_C(t) = i(t) \cdot Z_C = 2 \cdot \sin(5000 \cdot t) \cdot (-j25) = 50 \cdot \sin(5000 \cdot t - 90^\circ) (v)$$

ד. ההספק הפעיל של המקור:

$$P_{eff} = V_{eff} I_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{30 \cdot 2}{2} = 30 (W)$$

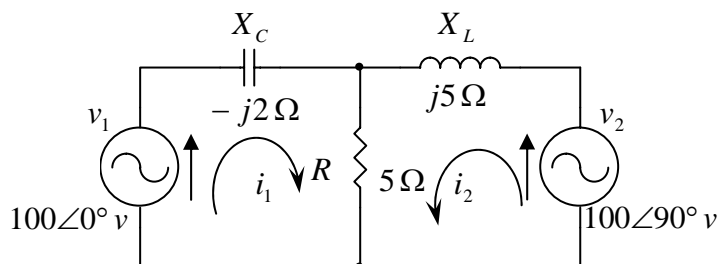
ה. גורם הטיב ורוחב הפס :

$$Q = \frac{X_L}{R} = \frac{25}{15} = 1.67$$

$$BW = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{5000}{1.67} = 3000 \left(\frac{rad}{sec} \right)$$

שאלה 8

באיור לשאלה 8 נתון מעגל חשמלי. i_1 ו- i_2 הם זרמי החוגים במעגל.



"מבוא להנדסת חשמל"
הצעת פתרון של בחינות חיצוניות

ליקט וערך: מוזסון משה

- א. רשום משוואות של זרמי- החוגים במעגל.
 ב. פתור את מערכת המשוואות שרשמת בסעיף א', וחשב את הזרם העובר דרך נגד R .
 ג. חשב את הספק הנצרך ע"י נגד R .
 ד. חשב את ההספק הפעיל שמספק כל אחד מן המקורות v_1 ו- v_2 .
 בדוק את נכונות חישוביך על-פי הספק שחישבת בסעיף ג'.

פתרון

א. נרשום את משוואות זרמי- החוגים ישירות בצורה מטריציאלית:

$$\begin{pmatrix} 5-j2 & 5 \\ 5 & 5+j5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100 \angle 0^\circ \\ 100 \angle 90^\circ \end{pmatrix}$$

ב. זרמי העניבה i_1 ו- i_2 מתקבלים כמנות של שתי דטרמיננטות:

$$\Delta_Z = \begin{vmatrix} 5-j2 & 5 \\ 5 & 5+j5 \end{vmatrix} = 10 + j15 = 18 \angle 56.3^\circ$$

$$\Delta_{I_1} = \begin{vmatrix} 100 & 5 \\ j100 & 5+j5 \end{vmatrix} = 500$$

$$I_1 = \frac{\Delta_{I_1}}{\Delta_Z} = \frac{500}{18 \angle 56.3^\circ} = 27.7 \angle -56.3^\circ = (15.4 - j23.1) \text{ (a)}$$

$$\Delta_{I_2} = \begin{vmatrix} 5-j2 & 100 \\ 5 & j100 \end{vmatrix} = -300 + j500 = 583 \angle 121^\circ$$

$$I_2 = \frac{\Delta_{I_2}}{\Delta_Z} = \frac{583 \angle 121^\circ}{18 \angle 56.3^\circ} = 32.3 \angle 64.7^\circ = 13.8 + j29.2 \text{ (a)}$$

$$I_{R=5\Omega} = I_1 + I_2 = (15.4 - j23.1) + (13.8 + j29.2) = 29.2 + j6.1 = 29.9 \angle 11.8^\circ \text{ (a)}$$

ג. הספק הנצרך ע"י נגד R :

$$P_R = |I_R|^2 \cdot R = 29.9^2 \cdot 5 = 4470 \text{ (W)}$$

ד. נחשב את הספק המקורות:

$$S = E \cdot I^*$$

$$S_1 = V_1 \cdot I_1^* = 100 \angle 0^\circ \times 27.7 \angle 56.3^\circ = 2770 \angle 56.3^\circ = (1537 + j2305) \text{ (va)}$$

$$S_2 = V_2 \cdot I_2^* = 100 \angle 90^\circ \times 32.3 \angle -64.7^\circ = 3230 \angle 56.3^\circ = (2920 + j1380) \text{ (va)}$$

ההספק הפעיל שמספק כל אחד מן המקורות:

$$P_{S_2} = 2920 \text{ W} \quad P_{S_1} = 1537 \text{ W}$$

הספק הפעיל שמספקים כל המקורות חייב להיות שווה להספק המתפזר על פני הנגד R :

$$P_R = P_{S_1} + P_{S_2}$$

$$P_t = P_{S_1} + P_{S_2} = 1537 + 2920 = 4457 \text{ (W)}$$

$$\underline{4470 \approx 4457}$$